

**Markus Wurster**

**Workshop: Zweistellig rechnen mit dem „Taschenrechner“**

**Bad Wildbad Mai 2018**

---

**I.**

Es geht um zweistellige Rechenaufgaben folgender typischer Art:

$$24+12= \underline{\quad} \text{ (ohne Zehner-Überschreitung)}$$

$$36+25= \underline{\quad} \text{ (mit Ü.)}$$

$$48-13= \underline{\quad} \text{ (o. Ü.)}$$

$$53-26= \underline{\quad} \text{ (m. Ü.)}$$

➔ Wie löst man diese Aufgaben?

➔ Welche Voraussetzungen/Kenntnisse braucht man dafür?

**II.**

Man kann die Aufgaben linear zählend lösen.

Hilfsmittel:

- Hunderterkette  
Ganz konkret, aber unhandlich?  
Verzichtet auf Struktur des Dezimalsystems?
- Zahlenstrahl  
Darstellung in Schulbüchern, meist zweistufige Pfeilbilder  
(Kritik: Unklarheit mit Strichen und Zwischenräumen /  
Verfestigung der ineffizienten Zählstrategie... Dr. Petra Küspert,  
Uni Würzburg)
- Abakus (10x10 Perlen)  
In der Verwendung ohne Dezimalstruktur ähnlich wie  
Hunderterkette.

In der Original-Verwendung mit Dezimalstruktur:

[http://www.calculino.com/de/schule/abakus-rechenschieber\\_information.html](http://www.calculino.com/de/schule/abakus-rechenschieber_information.html)

Aber: Unüblich und in Konkurrenz zum Rechenrahmen nach Montessori.

Solche Hilfsmittel vermitteln eine Einsicht und bieten eine Stütze.

Sie geben vor allem eine Orientierung im Hunderterraum.

Sie übersetzen die zweistelligen Zahlen (Z/E) in eine bildhafte Menge.

Aber das linear-abzählende Verfahren ist ineffektiv, wenn es um anwendungsbezogene Lösungen oder um Übungsaufgaben in größerer Anzahl geht. Wir rechnen so nicht.

Das linear-abzählende Verfahren hat seinen Ort vor allem in der Entwicklungsphase, in der das Kind den Zahlenraum über die 10 hinaus erweitert, als im Zahlenraum bis 20.

Hier ist die 20er-Kette eine sehr gute Hilfe (siehe Anleitung).

### III.

Es geht bei diesen Aufgaben also um das Denken im Dezimalsystem: 24 sind 2 Zehner und 4 Einer. Und 10 Einer werden in einer Zehner getauscht. Das Dezimalsystem als „Schlüssel zur Welt“.

In der Montessoriarbeit ist uns der Material-Aufbau in zunehmender Abstraktion vertraut:

- Goldenes Perlenmaterial mit Einführung in die Stellenwerte; konkrete Darstellung der Einer, Zehner, Hunderter, Tausender
- Markenspiel; abstrahierte Darstellung über Farb-Code
- Rechenrahmen (klein und groß)

Wir beginnen mit dem Goldenen Perlenmaterial spätestens in der Schule gleich von Anfang an. Dass hier schon Hunderter und Tausender auftauchen, stört uns nicht. Im Gegenteil, wir kennen den

motivierenden Effekt der großen Zahlen und die verlässliche Stütze durch die Materialisation.

Aber: Wir verlangen auf dieser Stufe noch kein Kopfrechnen mit Aufgaben wie oben!

Ziel ist die „gesättigte Erfahrung“ mit konkreten Materialoperationen und der Aufbau von Vorstellungskraft.

Wenn dies glückt, sind spätere Übungsaufgaben zum Kopfrechnen kein Problem.

#### IV.

Nun gibt es aber diese typische Phase zu Beginn des zweiten Schuljahres, in der die Kinder in den üblichen Lehrwerken und Übungsheften mit dem Anspruch konfrontiert sind, zweistellige Übungsaufgaben in großer Anzahl „im Kopf“ zu rechnen.

Beispiele: Mildenberger Übungsheft 2 / Flex und Flo Addition und Subtraktion 2

Diese Aufgaben verlangen in der Regel zwei gedankliche Schritte auf dem Weg zur Lösung. Beim Summand/Subtrahend trennen wir die Zehner und Einer in zwei Schritte. Die Darstellung der Aufgaben in den Übungsheften hat deshalb häufig einen Freiraum mit Unterstrich unter der Aufgabe, wo die Rechenschritte/Zwischenergebnisse notiert werden.

Für manche Kinder ein Stolperstein! Die Übungsphase mit dem Goldenen Perlenmaterial ist vielleicht schon einiger Zeit her und die Vorstellung ist doch noch nicht ganz gesichert.

Wie helfen wir den Kindern an diesem „neuralgischen“ Punkt? Gelingt es in der Schulzeit, nochmal an das Goldene Perlenmaterial

anzuknüpfen, oder meiden es die Kinder inzwischen? Gelingt die Brücke mit dem Markenspiel und dem Rechenrahmen?

Und was tun die Kinder in den reinen Übungszeiten in der Schule und zuhause bei den Hausaufgaben ohne Materialhilfe?

## V.

An diesem Punkt setzt mein Vorschlag an:

- Temporäre Materialhilfe für die Hand des Kindes auch zuhause.
- Reduktion des Dezimalsystems auf Einer und Zehner entsprechend der üblichen Übungsaufgaben.
- Strukturierte und aufbauende Einführungen mit vorbereiteten Aufgabenheften.

Markenspiel-Rechensäckchen:

- 20 grüne Glassteine (Einer)
- 10 blaue Glassteine (Zehner)
- Zahlenkärtchen als doppelter Satz (Zehner und Einer, farbig)

„Taschenrechner“:

- Entsprechend Rechenrahmen mit Einer- und Zehnerperlen.
- Zur Gruppeneinführung ein größeres Einführungsmodell.

Aufgabenhefte:

- Stufe 1 (gelb): Aufgaben ohne Zehnerüberschreitung
- Stufe 2 (rot): Aufgaben mit Zehnerüberschreitung
- Aufgabendarstellung wie bei schriftlicher Rechnung
- Hefte getrennt für Addition und Subtraktion
- Fortführendes Heft („Tägliches Rechenvesper“) mit gemischten Aufgaben und mit Lösungskontrolle

- Für das vereinfachte Markenspiel gibt es auch ein Heft zur Division zweistelliger Zahlen.

Quelle: [www.montessori-download.de](http://www.montessori-download.de) (Material: „Zweistellig mit Hilfsmitteln“)

## VI.

Achtung: Beim Markenspiel gehen wir anders vor als beim Taschenrechner!

Markenspiel:

- Bei dem Schritt  $23 - 4$
- tauscht man zuerst einen Zehner in 10 Einer und legt sie zu den 3 Einern dazu,
- dann kann man die 4 Einer wegnehmen.

Taschenrechner:

- „Ich muss 4 abziehen, kann aber nur 3 wegnehmen.“
- „Also merke ich mir 1 im Zwischenspeicher.“
- „Jetzt nehme ich die 3 weg und tausche einen Zehner in 10 Einer.“
- „Jetzt rufe ich den Zwischenspeicher auf: 1 Einer muss noch abgezogen werden.“
- Computer-Sprechweise: „Löschen“, Eingabe, „Zwischenspeicher“ (mit Fingergeste auf Nase tippen...)

**➔ Materialien ausprobieren und diskutieren**

***Handling, Denkwege, Analogien, Übertragung auf Übungsheft, Hinführung zum Kopfrechnen, Niveaustufen, Inklusion...***

## VII.

Die Lösung zweistelliger Aufgaben impliziert zwei Schlüssel-Fertigkeiten:

- Vorstellung von Einern und Zehnern (Dezimalsystem)
- Zahlzerlegung bis 10

Für beide Bereiche schlage ich ergänzende Materialien und Übungsformen vor.

## VIII.

➔ *Vorstellung von Einern und Zehnern (Dezimalsystem)*

**Material: „Einer und Zehner“ – Fotokarten-Auslegematerial**

Mengendarstellung mit Zehner und Einer bis 99

- Zehnerstangen und Einer ungeordnet
- Zehnerstangen und Einer geordnet
- Zahlkärtchen Zehner und Einer getrennt
- Zahlkärtchen Zehner und Einer zusammen

Vorschlag:

- Kartensatz in zwei Päckchen aufteilen – bis 50 / bis 99

Vorgehen:

- Kartensatz auslegen (Mengen abzählen und benennen)
- Eventuell mit Perlenmaterial und Zahlenkarten nachlegen
- Dokumentieren mit Zeichnen/Stempeln

Quelle: [www.montessori-download.de](http://www.montessori-download.de)

## IX.

→ *Zahlzerlegung bis 10*

### **Material: Zahlentripel nach Michael Gaidoschik – Erarbeitung nicht-zählender Rechenstrategien**

Übungskarten Zahlzerlegung bis 10  
Auslegerahmen für Ziffern oder Plättchen  
Übersicht der Stufen/Aufgaben

- 1 mehr
- Handpakete – Kraft der Fünf
- Zehnerpäarchen – Freunde/Verliebte
- verdoppeln
- 2 mehr
- Nachbaraufgaben – Rest

Quelle: [www.montessori-download.de](http://www.montessori-download.de)

#### [Link zu Vortrag/Präsentation von Michael Gaidoschik](https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_3_-_Umgang_mit_Rechenschwierigkeiten/FM/Modul_3.3/H3_FM_M3.3_Erarbeitung_nicht-zaehlender_Rechenstrategien.pdf)

[https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus\\_3\\_-\\_Umgang\\_mit\\_Rechenschwierigkeiten/FM/Modul\\_3.3/H3\\_FM\\_M3.3\\_Erarbeitung\\_nicht-zaehlender\\_Rechenstrategien.pdf](https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_3_-_Umgang_mit_Rechenschwierigkeiten/FM/Modul_3.3/H3_FM_M3.3_Erarbeitung_nicht-zaehlender_Rechenstrategien.pdf)

### **Material: Ziffernkasten**

- Aufgaben legen, umlegen, verändern...
- Mit Fragezeichen als Leerstelle...

Quelle: [www.montessori-download.de](http://www.montessori-download.de)

### **Material: Zahlzerlegung mit Rechenstäbchen**

- Kasten mit einstellbarer Teilungszahl bis 10
- Heft als Kopiervorlage zum Dokumentieren/Ausmahlen

(Kasten <http://www.soziale-arbeit.at/lernmaterial.html> )

Arbeitsheft Quelle: [www.montessori-download.de](http://www.montessori-download.de)

**X.**

**Vergleich und Diskussion weiterer traditioneller  
Montessorimaterialien und anderer Materialien**

Grundaufgaben (mit/ohne Lösung)

Bretter zur Addition

Zauberquadrate

Rechenmauer

---

Skript auf [www.markuswurster.de/Fortbildungen](http://www.markuswurster.de/Fortbildungen) (zeitlich begrenzt)  
oder auf Wunsch per Mail...

**Kontakt:**

[markuswurster@gmx.de](mailto:markuswurster@gmx.de)

[www.markuswurster.de](http://www.markuswurster.de)

[www.montessori-download.de](http://www.montessori-download.de)